

# 원시 중력파: 좌표 재정의와 탐색 가능성

공진욱

이화여자대학교 과학교육과

한국 고에너지 물리학회 2023 가을학술대회  
전라남도 나주시 동신대길 67 동신대학교  
2023년 11월 23일 (목)

# 목차

- 1 개괄: 우주론과 섭동이론
- 2 개괄: 원시 중력파
- 3 좌표 재정의와 비선형성
  - 국소 좌표계와 국소 섭동
  - 파워 스펙트럼의 변화
- 4 맺음

## 1 개괄: 우주론과 섭동이론

## 2 개괄: 원시 중력파

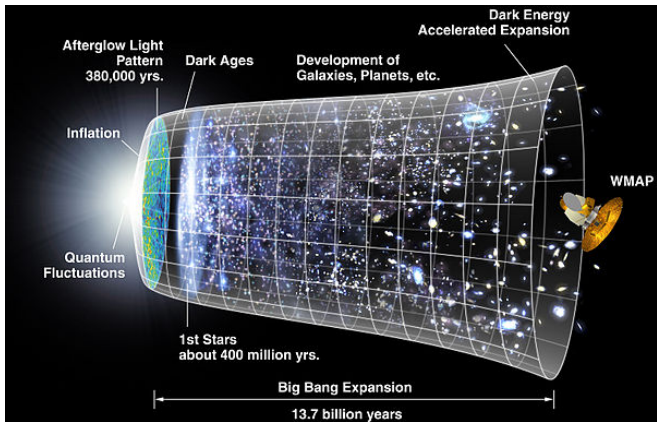
## 3 좌표 재정의와 비선형성

- 국소 좌표계와 국소 섭동
- 파워 스펙트럼의 변화

## 4 맺음

# 우주론이란?

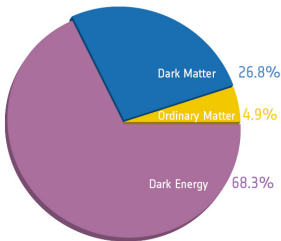
## 우주론: 우주 구조의 형성과 진화에 대한 연구



## 현재 우리가 이해하는 우주의 역사

## 표준 우주 모형

- 우주의 역사: 인플레이션 → 우주배경복사 → 거대구조형성
- 중력은 일반 상대론으로 기술
- 물질은 입자 물리학의 표준모형 (5%) + ??? (95%)
- 현재 우주의 구성 성분은 다음과 같다



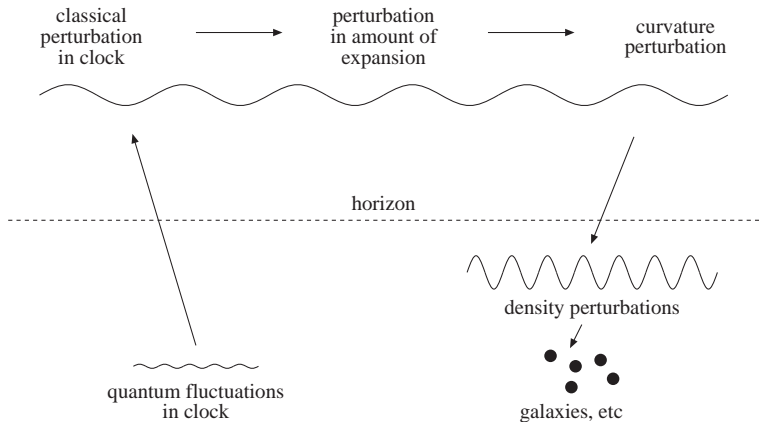
## 표준 우주 모형: $\Lambda$ CDM

# 관측 우주론의 시대

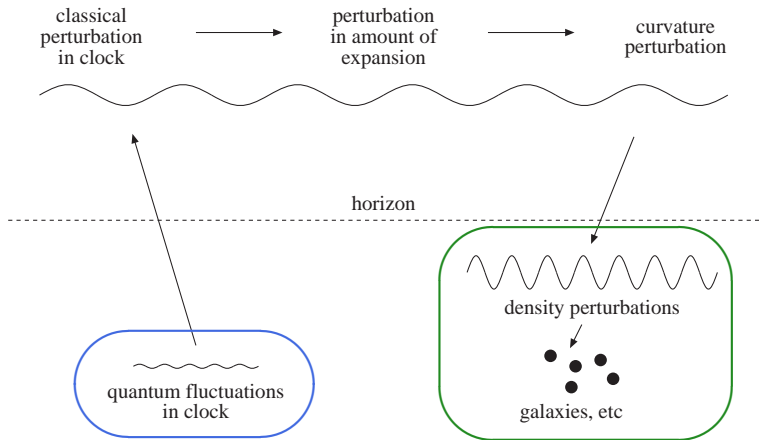


정확한 우주 관측 데이터 입수 가능

# 섭동의 형성과 진화



# 섭동의 형성과 진화



모든 관측 가능한 우주 구조는 섭동으로부터 기인



# 우주 배경 복사 (Cosmic microwave background, CMB)

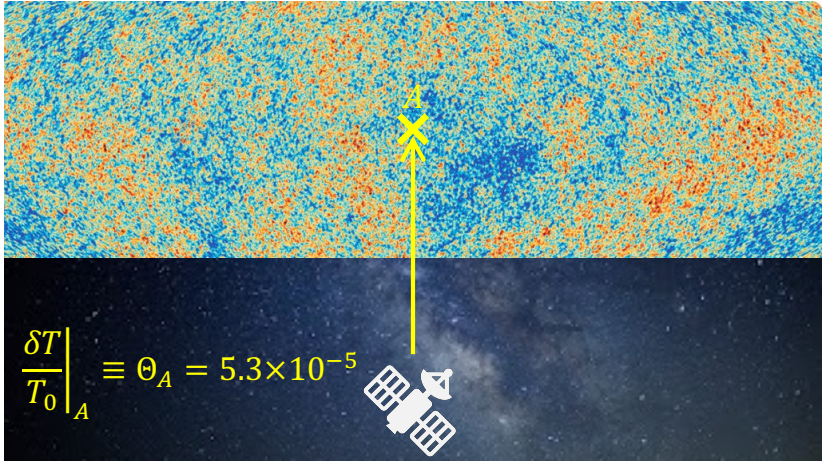


- 빛으로 관측 가능한 가장 초기 우주 (빅뱅 후 380,000년의 모습)
- $T_0 = 2.725$  K에 해당하는 완벽한 흑체 복사

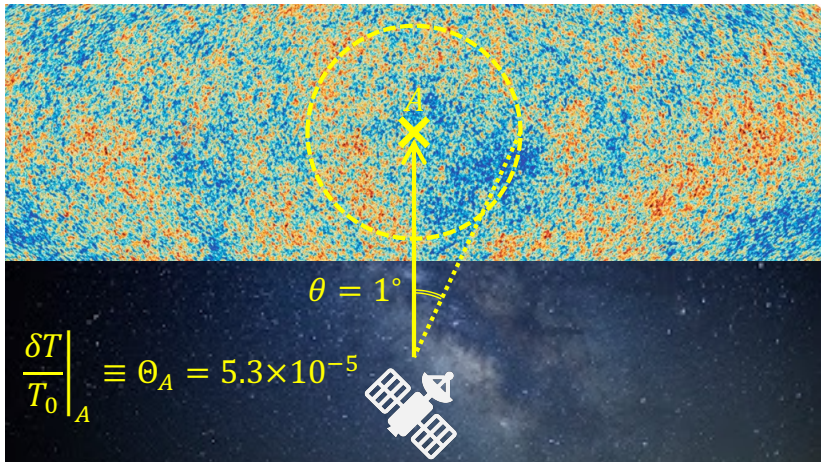




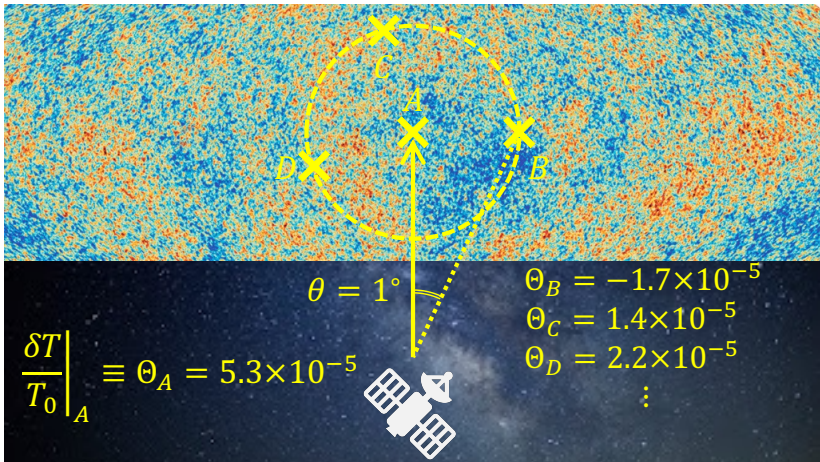
# 어떻게 우주론적 섭동을 연구하는가?



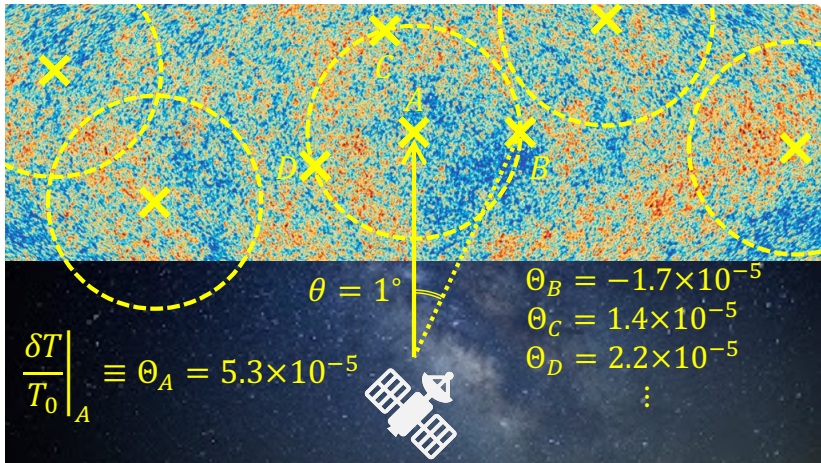
# 어떻게 우주론적 섭동을 연구하는가?



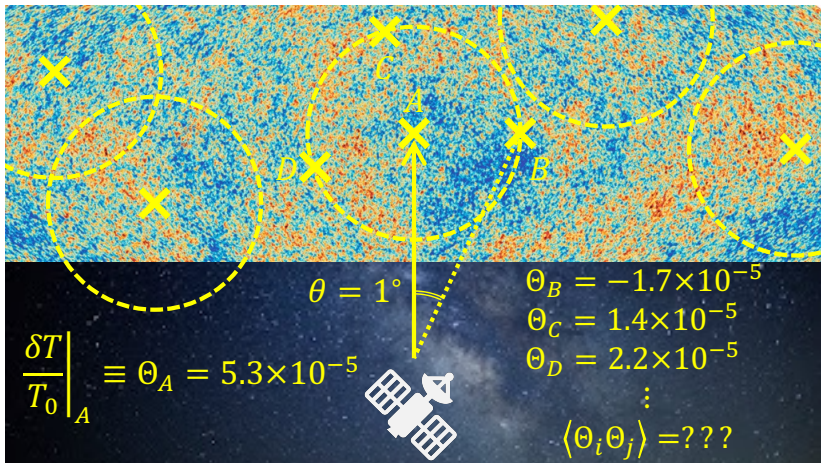
# 어떻게 우주론적 섭동을 연구하는가?



# 어떻게 우주론적 섭동을 연구하는가?



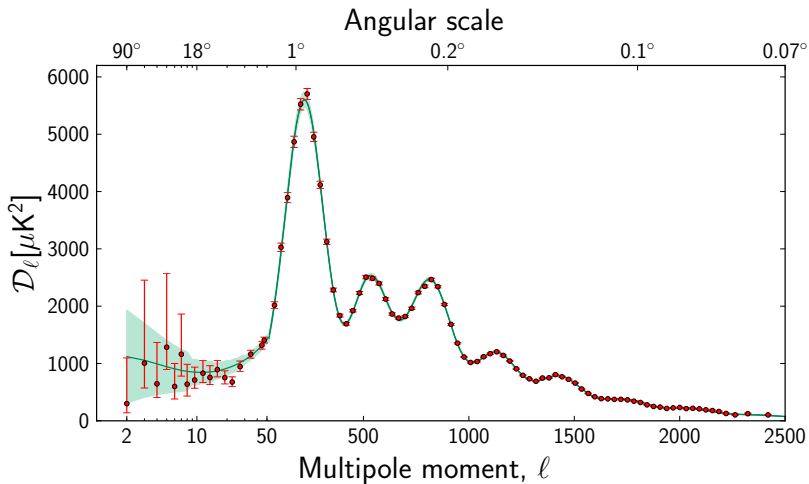
# 어떻게 우주론적 섭동을 연구하는가?







# 우주배경복사의 스펙트럼



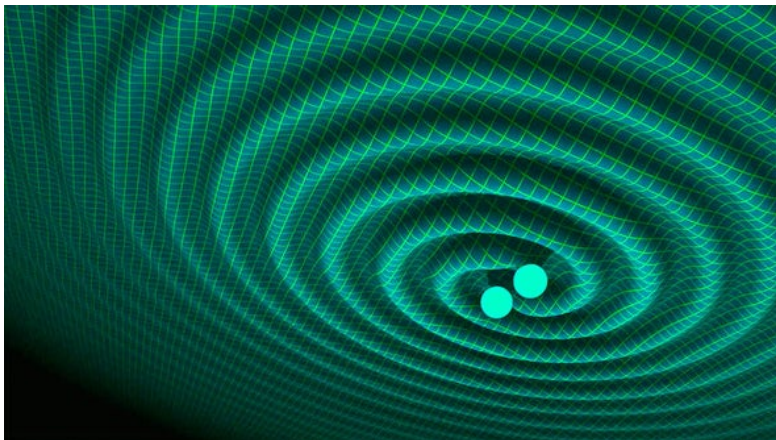
## 1 개괄: 우주론과 섭동이론

## 2 개괄: 원시 중력파

- ## 3 좌표 재정의와 비선형성
- 국소 좌표계와 국소 섭동
  - 파워 스펙트럼의 변화

## 4 맺음

# 중력파(Gravitytional waves, GWs)는 무엇인가?



“시공간의 요동 (ripples of space-time)”

## 좀 더 정확히, 중력파는 무엇인가?

- ① 민코프스키 시공간 + 섭동:  $g_{\mu\nu} = \eta_{\mu\nu} + h_{\mu\nu}$  w/  $|h_{\mu\nu}| \ll 1$
- ② 선형화 중력: 아인슈타인 방정식에서  $h_{\mu\nu}$ 의 1차항만 고려
- ③ TT (transverse-traceless) 게이지: 순수한 텐서 성분만 고려

$$h_{ij}^{\text{TT}} \equiv h_{ij} - \frac{\delta_{ij}}{3} \delta^{kl} h_{kl}$$

- ④ 진공( $T_{\mu\nu} = 0$ )에서,  $h_{ij}^{\text{TT}}$ 의 방정식은 **파동 방정식**과 같다

$$\square h_{ij}^{\text{TT}} = 0$$

이 해를 “**중력파**”라고 한다

## “원시 (Primordial)” 중력파?

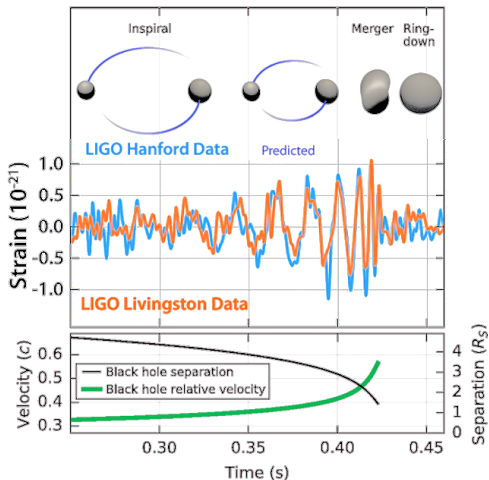
초기 조건으로서 CMB 이전에 존재했던 중력파

- 언제나 존재
- 드시터 공간에서도 잘 정의됨
- (선형에서) 좌표 조건에 무관
- 초기 우주를 탐색할 수 있는 방법

원시 중력파를 연구할 이론적, 관측적 동기는 충분

# LIGO의 중력파 관측 - 중력파는 실재한다!

GW150914 ( $36^{+5}_{-4}M_{\odot}-29^{+4}_{-4}M_{\odot}$ ), GW151226 ( $14.2^{+8.3}_{-3.7}M_{\odot}-7.5^{+2.3}_{-2.3}M_{\odot}$ )...



## 왜 비선형 섭동인가?

- (중력의) 이론적 구조에 크게 의존
- 관측 가능 [특히 (우주론적으로) 작은 거리에서]
- 장비의 기술적 발전 (예: CMB의 3점 상관 함수 관측)
- 향후 은하 관측은 거대한 영역을 관측  
(ESA의 유클리드 탐사 범위는  $15,000 \text{ deg}^2$ , 깊이는  $0.7 \lesssim z \lesssim 2.2$ )

비선형 섭동을 관측하여 이론을 검증할 수 있다



- 1 개괄: 우주론과 섭동이론
- 2 개괄: 원시 중력파
- 3 **좌표 재정의와 비선형성**
  - 국소 좌표계와 국소 섭동
  - 파워 스펙트럼의 변화
- 4 맺음

## 스칼라 섭동과 텐서 섭동

공간 상의 두 점 사이의 거리  $dl^2$ 는 다음과 같이 쓸 수 있다

$$dl^2 = a^2(t) \{ [1 + 2\mathcal{R}(t, \mathbf{x})] \delta_{ij} + h_{ij}(t, \mathbf{x}) \} dx^i dx^j$$

$$\rightarrow a^2(t) e^{2\mathcal{R}(t, \mathbf{x})} \left[ e^{h(t, \mathbf{x})} \right]_{ij} dx^i dx^j$$

관측으로 알 수 있는 2가지 [기하학적 (geometric)] 섭동

- $\mathcal{R}(t, \mathbf{x})$ : 곡률 섭동 (“스칼라”)
- $h_{ij}(t, \mathbf{x})$ : 중력파 (“텐서”)

# 원시 섭동을 어떻게 제약하는가?

$$TT \text{ spectrum} \sim \int (\text{transfer fct}) \times \mathcal{P}_{\mathcal{R}}(k)$$

$$BB \text{ spectrum} \sim \int (\text{transfer fct}) \times \mathcal{P}_h(k)$$

# 원시 섭동을 어떻게 제약하는가?

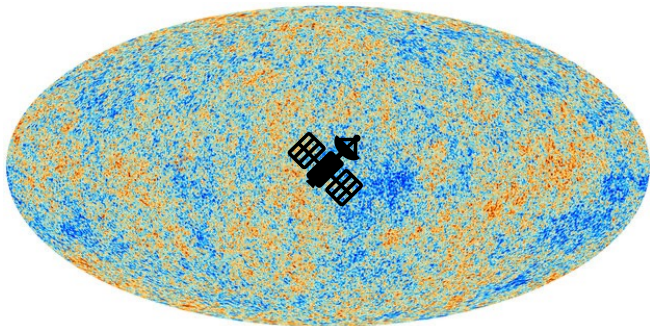
$$\begin{matrix} TT \text{ spectrum} \sim \int \\ BB \text{ spectrum} \sim \int \end{matrix} (\text{transfer fct}) \times \mathcal{P}(k)$$

관측 가능한 스펙트럼

BG로 고정

원시 섭동의 스펙트럼

# 실제로 우리가 관측하는 것은?











# 실제로 우리가 관측하는 것은?

- 관측으로 제약한 섭동을 우주 전체에 적용하는 것으로 생각
- 실제 관측은 지평선 안에만 국한된다 [즉 “국소적(local)”]
- 즉 국소적인 섭동  $\neq$  FRW 계량에 쓰는 섭동 [“광역적(global)”]

이 차이는 어떤 결과를 가져오는가?

# 국소 좌표계와 국소 섭동

스칼라 및 텐서 섭동을 포함한 FRW 계량에서 시작해보면...

$$a^2 e^{2\mathcal{R}(\mathbf{x})} \left[ e^{h(\mathbf{x})} \right]_{ij} dx^i dx^j$$

# 국소 좌표계와 국소 섭동

스칼라 및 텐서 섭동을 포함한 FRW 계량에서 시작해보면...

$$a^2 e^{2\mathcal{R}(x)} \left[ e^{h(x)} \right]_{ij} dx^i dx^j \quad \leftarrow \mathcal{R} = \mathcal{R}_L + \mathcal{R}_S, \quad h = h_L + h_S$$

- 1 섭동을 지평선보다 파장이 긴("L") / 짧은("S") 성분으로 나눈다

## 국소 좌표계와 국소 섭동

스칼라 및 텐서 섭동을 포함한 FRW 계량에서 시작해보면...

$$\begin{aligned} a^2 e^{2\mathcal{R}(\mathbf{x})} \left[ e^{h(\mathbf{x})} \right]_{ij} dx^i dx^j &\leftarrow \mathcal{R} = \mathcal{R}_L + \mathcal{R}_S, \quad h = h_L + h_S \\ = a^2 e^{2\mathcal{R}_S(\mathbf{x})} \left[ e^{h_S(\mathbf{x})} \right]_{ij} d\tilde{x}^i d\tilde{x}^j &\leftarrow d\tilde{x}^i \equiv e^{\mathcal{R}_L} \left( e^{h_L/2} \right)_{ij} dx^j \end{aligned}$$

- ① 섭동을 지평선보다 파장이 긴("L") / 짧은("S") 성분으로 나눈다
- ② 파장이 긴 성분을 포함하여 국소 좌표계  $\tilde{x}^i$ 를 정의





## 파워 스펙트럼의 변화

국소 좌표에서 평균을 취하면 ( $\langle \dots \rangle$ 로 표시) 스펙트럼은 다음과 같다

$$\begin{aligned}
 & \frac{\text{총 파워 스펙트럼}}{P_{\mathcal{R}}(k_S)} \\
 &= 1 + \langle \mathcal{R}_L \rangle (n_{\mathcal{R}} - 1) + \frac{1}{2} \langle h_{Lj}^i \rangle \frac{k_S^i k_S^j}{k_S^2} (n_{\mathcal{R}} - 1) \\
 &+ \frac{1}{2} \langle \mathcal{R}_L^2 \rangle [(n_{\mathcal{R}} - 1)^2 + \alpha_{\mathcal{R}}] + \frac{1}{4} \langle h_{Lk}^i h_{Lj}^k \rangle \frac{k_S^i k_S^j}{k_S^2} (n_{\mathcal{R}} - 4) \\
 &+ \frac{1}{8} \langle h_{Lk}^i h_{Ll}^j \rangle \frac{k_S^i k_S^j k_S^k k_S^l}{k_S^4} [15 - 8(n_{\mathcal{R}} - 1) + (n_{\mathcal{R}} - 1)^2 + \alpha_{\mathcal{R}}] \\
 & n_{\mathcal{R}} \equiv \frac{d \log \mathcal{P}_{\mathcal{R}}}{d \log k_S}, \quad \alpha_{\mathcal{R}} \equiv \frac{d n_{\mathcal{R}}}{d \log k_S}
 \end{aligned}$$

## 스펙트럼의 변화로부터 알 수 있는 것은?

- 장파장 섭동은 국소적으로 확률 변수인가? ( $\langle \mathcal{R}_L \rangle = \langle h_{Lj}^i \rangle = 0$ ?)
- 그러한 경우 장파장 섭동의 제곱이 보정항에 처음 기여한다

$$\text{총 스펙트럼} \sim P_{\mathcal{R}}(k_S) \left[ 1 + \mathcal{O}(\epsilon^2) \sigma_{\mathcal{R}_L}^2 + \mathcal{O}(1) \sigma_{h_L}^2 \right]$$

$$\langle \mathcal{R}_L^2 \rangle \equiv \sigma_{\mathcal{R}_L}^2, \quad \sum_{\lambda} \langle h_L^{(\lambda)^2} \rangle \equiv \sigma_{h_L}^2$$

따라서 (장파장) 원시 중력파를 직접 관측하지 않아도 제약 가능

- 어떤 보정항이 더 큰가? 스펙트럼이 스케일 불변에 가깝다면

$$\frac{\mathcal{O}(1) \sigma_{h_L}^2}{\mathcal{O}(\epsilon^2) \sigma_{\mathcal{R}_L}^2} \sim \frac{r}{\mathcal{O}(\epsilon^2)} \sim \mathcal{O}(\epsilon^{-1})$$

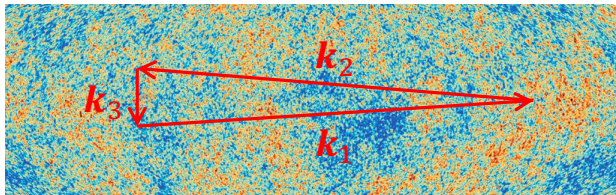
즉 원시 중력파에 의한 보정이  $\mathcal{O}(\epsilon^{-1}) \sim \mathcal{O}(100)$  배 정도 크다



# 선형 보정: 바이스펙트럼 (bispectrum)

장파장 섭동의 선형 보정은  $k_1 \approx k_2 \equiv k_S \gg k_3 \equiv k_L$  인 3점 상관 함수 (“눌린” 바이스펙트럼, “squeezed” bispectrum)에 기여

$$\delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3)$$



$$\left\langle \mathcal{R}(\mathbf{k}_1) \mathcal{R}(\mathbf{k}_2) \mathcal{R}(\mathbf{k}_3) \right\rangle \xrightarrow{k_1 \approx k_2 \equiv k_S \gg k_3 \equiv k_L} (n_{\mathcal{R}} - 1) P_{\mathcal{R}}(k_S) P_{\mathcal{R}}(k_L)$$

$$\left\langle \mathcal{R}(\mathbf{k}_1) \mathcal{R}(\mathbf{k}_2) h(\mathbf{k}_3) \right\rangle \xrightarrow{k_1 \approx k_2 \equiv k_S \gg k_3 \equiv k_L} (n_{\mathcal{R}} - 4) P_{\mathcal{R}}(k_S) P_h(k_L)$$

즉 눌린 바이스펙트럼은 단순히 좌표 재정의에 의한 효과이다



# 맺음

- 원시 중력파는 초기 우주에 대한 정보를 담고 있다
- 비선형성으로부터 더욱 많은 정보를 입수 가능
- 실제 관측으로 제약하는 섭동과 광역 섭동은 다르다
  - 스칼라 섭동과 중력파 사이의 결합
  - 원시 중력파를 직접 관측하지 않고 제약 가능